МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ
РАДИОТЕХНИКИ, ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ
(ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Подлежит возврату № 0164

ИНФОРМАТИКА

НАЧАЛЬНАЯ ПРАКТИКА РАБОТЫ С MATHCAD

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ И ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ ПОВЕРХНОСТЕЙ

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Для студентов специальностей
072000, 190400, 190700, 200100, 200300

МОСКВА 2001

Составители: В.К. Григорьев, Е.Ф. Певцов, К.Е. Русанов

Редактор Е.Ф. Певцов

Учебно-методические указания для выполнения лабораторных работ по предмету «Информатика», обучение которому проводится по специальностям 072000, 190400, 190700, 200100, 200300 факультета «Электроника» в I-ом и II-ом семестрах. В ходе выполнения лабораторных работ студенты осваивают основные навыки работы с программой MathCad, а также обучаются ее применению для решения конкретных математических задач, соответствующих программе по математическому анализу I-го и II-го семестров.

Печатаются по решению редакционно-издательского совета Московского Государственного института радиотехники, электроники и автоматики (технического университета)

Рецензенты: В.В. Дрожжев, Л.В. Спиридонова

Литературный редактор О.В. Волкова

Изд. лицензия № 020456 от 04.03.97
Подписано в печать 07.09.2001. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл.печ.л. 1,86. Усл.кр. – отт.7,44. Уч. – изд.л. 2,0.
Тираж 300 экз. Заказ 621. Бесплатно.

Московский Государственный институт радиотехники,
электроники и автоматики (технический университет)
117454, Москва, просп. Вернадского,78

<u>Цель работы:</u> Знакомство с возможностями программы для научно-технических расчетов MathCad и основными приемами работы с ней. Приобретение навыков работы с программой MathCad на примерах решения систем линейных уравнений, построения графиков функций, изображений поверхностей, определения корней уравнений, символьных вычислений, статистической обработки данных, вычислений интегралов, производных и других математических операций.

1. Начальная практика работы с MathCad

Следуя приведенному ниже тексту, выполните практические упражнения по математическим вычислениям в программе MathCad.

В MathCad используется привычный способ математической записи. Методика работы во многом сходна с правилами набора формул в Microsoft Equation, а также с панелью инструментов «Рисование» Word. Визир в виде красного перекрестия показывает точку ввода. Выражение, с которым Вы работаете, обведено рамкой. Чтобы ввести или отредактировать введенные символы, следует щелкнуть левой кнопкой мыши в набранном ранее выражении и нажимать клавиши ↑, или ↓, или пробел до тех пор, пока рамка не окружит все выражение, затем можно удалить (вырезать) все выражение, поместить его в буфер обмена, скопировать и т.п. Каждое математическое выражение или фрагмент текста являются областями. Рабочий документ MathCad есть совокупность таких областей. Можно сделать их видимыми, если выбрать пункт меню «Вид» «Границы».

После набора знака = будет выведен результат. Видно, что вычисления проводятся в порядке записи слева направо и затем сверху вниз.

1.1. Простые вычисления

Пример 1.1. (см. рис. 2): Напечатайте

15-8/104.5

и получите результат этого вычисления.

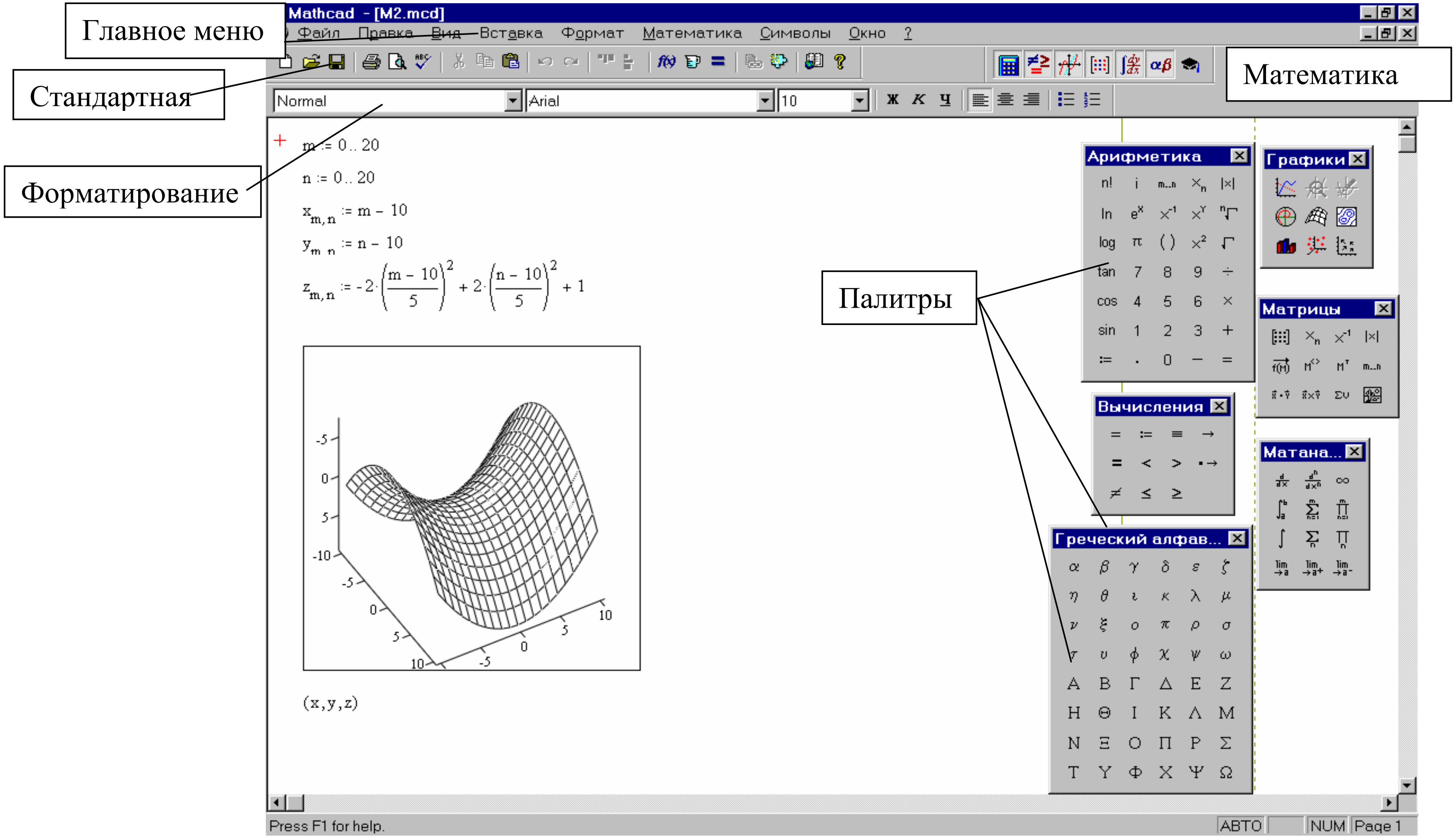


Рис. 1. Вид рабочего окна программы MathCad

1.2. Определение переменных

Синтаксис:

Имя:= *Выражение*

Допустимы любые имена, написанные латинским алфавитом, однако они не должны начинаться с цифры, знаков «_», «‘»,«%». Гарнитура шрифта участвует в идентификации имени. Допустимо определение одной переменной через другие.

Для определения переменной следует:

1. Напечатать имя переменной, которую нужно определить.
2. Ввести символ определения «:=». Это один символ, и его можно набрать, нажав клавишу «:» на латинском алфавите.
3. Напечатать значение, присваиваемое переменной.

Пример 1.2.: Введите символы ***t:*** , при этом MathCad сопровводит двоеточие символом присваивания «**:=**» (можно воспользоваться также панелью инструментов «Вычисления») и напечатайте значение 10 в пустом поле, чтобы завершить определение (***t:=10)***.

Теперь везде ниже и правее места, где определена переменная ***t***, ее можно использовать в вычислениях.

Присваивание переменной значения с помощью оператора «**:=**» называется ***локальным присваиванием***. До этого оператора переменная не определена и ее применение в каком-либо математическом выражении ошибочно. С помощью оператора глобального присваивания «≡» можно распространить область использования переменной на весь документ. В этом случае переменную можно применять в выражениях, записанных по тексту выше того места, где она определена.

Для ввода текста следует выбрать в меню «Вставка» «Текстовая область», или набрать латинские кавычки. Атрибуты надписи можно изменять примерно также, как в Excel. Для примера напишите текст комментария, например «*Уравнение движения*» (см. рис. 2).

1.3. Повторяющиеся вычисления

Для итерационных или повторяющихся вычислений следует использовать специальный тип переменных – ***дискретные аргументы***. Переменная типа дискретный аргумент принимает диапазон значений, шаг определяется автоматически по второму значению, например: *t:=10,12..20,* означает, что ***t*** примет все значения от 10 до 20 с шагом 2 (запись символа «..» осуществляется нажатием «;» на латинском алфавите, по умолчанию шаг считается единичным). MathCad вычисляет выражение с дискретным аргументом столько раз, сколько значений он содержит.

Пример 1.3.: Вычислите путь для падающего тела за 10, 12, …20 сек при нулевых начальных условиях. Для этого следует набрать: $\frac{acc}{2} * t^2 =$

Вычисление происходит после щелчка мышью вне равенства. Результаты отображаются в таблице (см. рис.2).

1.4. Определение функции

Функция при определении обязательно должна в скобках включать список аргументов. Важно, чтобы аргументы были именами, а не выражениями.

Пример 1.4.: Наберите определение функции, используя клавиши латинского алфавита:

d(t):=1600+(*acc/2*)**t^2*

Так выглядит формула в Word-е, а так в MathCad-е:

$\boxed{d(t):=1600+(acc/2)\cdot t^2}$

Знак := набирается одним нажатием «:» на латинской клавиатуре, знак «·» – нажатием «*», степень набирается нажатием «^», при этом клавиатура переходит в набор на верхнем регистре, и дальше, чтобы перейти в обычный регистр, надо нажать “пробел”. В конце набора формулы надо нажать клавишу «Enter», для того, чтобы избавиться от рамочки вокруг формулы.

Функция определена. Теперь её можно вычислить для конкретного значения аргумента, например: *d(12.5)=* , или для всего диапазона *t*: *d(t)=*. В результате на экран будет выведена таблица соответствующих значений функции *d* (см. рис. 2).

1.5. Графики

Для построения графиков применяется панель инструментов (палитра) «Графики».

П р и м е р 1 . 5 . 1 . : Определите дополнительно функцию

*r(t):=100*t+acc*t²/2*

и постройте графики *d(t)* и *r(t)*. Укажите визиром область, где должен находиться график, вызовите панель «Графики», выберите тип графика. Внутри рамки с будущим графиком укажите имя аргумента *t* и два имени функций *d(t)* и *r(t)*, разделяя их запятой. Для построения графика щелкните вне рамки с графиком.

$$15 - \frac{8}{104.5} = 14.923$$

$$t := 10, 12 .. 20 \qquad acc := -9.8 \qquad \frac{acc}{2}\cdot t^2 =$$

-490
-705.6
-960.4
$-1.254\cdot10^3$
$-1.588\cdot10^3$
$-1.96\cdot10^3$

Уравнения движения

$$d(t) := 1600 + \frac{acc}{2}\cdot t^2$$

$$d(12.5) = 834.375$$

$$r(t) := 100\cdot t + \frac{acc}{2}\cdot t^2$$

$$d(t) =$$

$1.11\cdot10^3$
894.4
639.6
345.6
12.4
-360

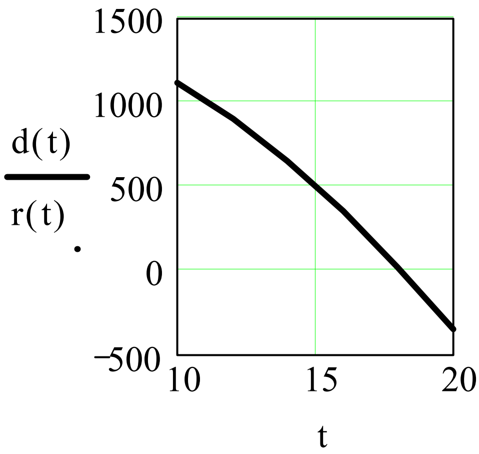


Рис. 2. Примеры вычислений и построения графика в программе MathCad

Обратите внимание на возможности изменения оформления и форматирования графиков. Для этого следует вызвать меню «Формат», дважды щелкнув на рамке с графиком. Примерно также, как в диаграммах Excel, можно выбрать тип шкалы, назначить или отменить вспомогательные линии сетки, автоматическое масштабирование, параметры линий графиков (следов) и т.п.

Для данных графиков попробуйте добавить вспомогательные линии, изменить цвет и вид линий, измените также масштаб данных по оси ординат.

П р и м е р 1 . 5 . 2 . : В качестве упражнения определите значения параметрически заданной функции *f(x,y)* и постройте ее график:

$x_i=r_i*\cos(\theta_i),\ y_i=r_i*\sin(\theta_i),$

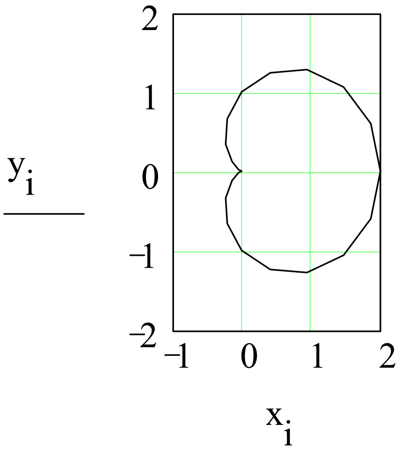
где $r_i = \cos(\theta_i)+1$, а угол θ пробегает 20 значений внутри интервала от 0 до 2π (см. рис. 3).

Список знчений x и y для точек на кривой r=cos(θ)+1, причем θ должен принимать значения от 0 до 2π

$N := 20 \qquad i := 0..N \qquad \theta_i := 2\cdot\pi\cdot\frac{i}{N} \qquad r_i := \cos(\theta_i) + 1$

$x_i := r_i\cdot\cos(\theta_i)$

$y_i := r_i\cdot\sin(\theta_i)$



$\theta_i =$	$r_i =$	$x_i =$
0	2	2
0.314	1.951	1.856
0.628	1.809	1.464
0.942	1.588	0.933
1.257	1.309	0.405
1.571	1	$6.123\cdot10^{-17}$
1.885	0.691	-0.214
2.199	0.412	-0.242
2.513	0.191	-0.155
2.827	0.049	-0.047
3.142	0	0
3.456	0.049	-0.047
3.77	0.191	-0.155
4.084	0.412	-0.242
4.398	0.691	-0.214
4.712	1	$-1.837\cdot10^{-16}$

Рис.3. График функции, заданной параметрически

Иногда бывает полезно строить графики функций в полярных координатах ρ и θ, в которых:

$x=\rho \cdot sin\theta$ и

$y=\rho \cdot cos\theta$

Пример 1.5.3.: Постройте график той же функции $r_i = cos(\theta_i)+1$, где угол θ пробегает 50 значений внутри интервала от 0 до 2π (см. рис. 4). Поэкспериментируйте с возможностями форматирования этого графика

$N := 50$ Полярные координаты

$\theta := 0, 2\cdot\frac{\pi}{N} .. 2\cdot\pi$ $r(\theta) := cos(\theta) + 1$

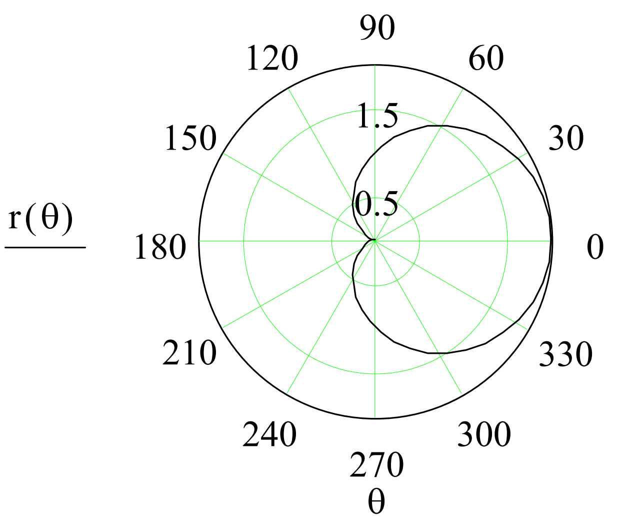


Рис.4. Пример построения графика функции $r_i = cos(\theta_i)+1$ в полярных координатах

1.6. Форматирование результата

Изменить представление результата можно локальным образом, если воспользоваться функцией меню «Формат/ Результат». Для примера рассмотрим разные представления числа $\pi\cdot 10^5$:

Определите $x := \pi\cdot 10^5$ и вычислите: $x=3.142\cdot 10^5$.

Вызвав соответствующее окно меню, попробуйте поменять количество знаков после запятой, порог экспоненциального представления числа и систему счисления.

1.7. Действия с матрицами

П р и м е р 1 . 7 . : Пользуясь соответствующей панелью инструментов создайте вектор-столбец **v**, матрицу **M** и вычислите как это показано на рис. 5:

a) Вектор **w**=2***v**.
b) Скалярное и векторное произведения v*w, wxv.
c) Обратную матрицу M^{-1}.
d) Произведение матриц $M*M^{-1}$.
e) Транспонированные матрицы w^T и M^T.
f) Решите систему линейных уравнений типа M*x=v с помощью вычисления обратной матрицы.

$$M := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad M_{2,0} = 5 \qquad v := \begin{bmatrix} 3+10 \\ 1-4 \\ 5\cdot 10 \end{bmatrix} \qquad v = \begin{bmatrix} 13 \\ -3 \\ 50 \end{bmatrix}$$

Скалярное и векторное умножение

$$w := 2\cdot v \qquad w = \begin{bmatrix} 26 \\ -6 \\ 100 \end{bmatrix} \qquad v\cdot w = 5.356\cdot 10^{3}$$

$$v_0 = 13 \qquad v\times w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Сумма $\sum v = 60$

Определитель $|M| = 25$

Обращение

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} -0.24 & 0.2 & 0.08 \\ 0.28 & -0.4 & 0.24 \\ 0.36 & 0.2 & -0.12 \end{bmatrix} \qquad M\cdot M^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Решение системы уравнения Mx=v

$$x := M^{-1}\cdot v \qquad x = \begin{bmatrix} 0.28 \\ 16.84 \\ -1.92 \end{bmatrix} \qquad M\cdot x = \begin{bmatrix} 13 \\ -3 \\ 50 \end{bmatrix}$$

Рис. 5. Вычисления с матрицами

Обратите внимание на то, что задание элементов массива по умолчанию начинается с нулевого индекса (v_0=13, $M_{2,0}$=5). Для задания с первого индекса следует локально применить встроенную функцию *ORIGIN* с аргументом 1, т.е. записать *ORIGIN =1*. Для этой же цели можно воспользоваться вкладкой «*Установка значений*» из панели «*Математика*»\«*Параметры*».

1.8. Рекурсивные вычисления

В ряде случаев бывает полезно использовать рекурсивные вычисления, т.е. определения последующих значений дискретного аргумента через предыдущие.

Пример 1.8.: Вычислите приближенные значения квадратного корня из числа А, воспользовавшись известным алгоритмом (рис. 6).

Рис. 6. Рекурсивные вычисления при определении квадратного корня

Постройте дополнительно график, показывающий, как изменяется определенное значение корня в зависимости от шага итерации. Примерный вид результатов этой процедуры приведен на рис.7.

Рекурсивные вычисления:
найдём квадратный корень из числа a

$gval_0 := 40 \quad N := 8 \quad i := 0..N \quad a := 700$

$$gval_{i+1} := \left(gval_i + \frac{a}{gval_i}\right)\cdot\frac{1}{2}$$

$i =$	$gval_i =$	$(gval_i)^2 =$
0	40	$1.6\cdot10^3$
1	28.75	826.563
2	26.549	704.845
3	26.458	700.008
4	26.458	700
5	26.458	700
6	26.458	700
7	26.458	700
8	26.458	700

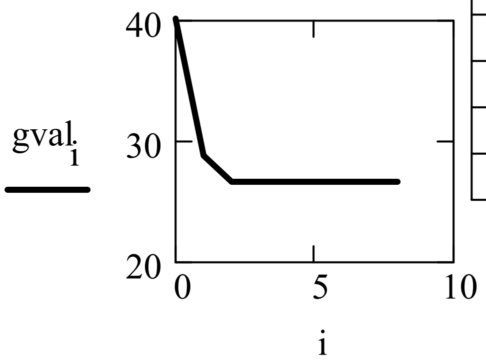


Рис. 7. Рекурсивные вычисления для определения квадратного корня

1.9. Определение корней уравнений

Среди разных возможностей MathCad имеется также множество встроенных функций, которые можно вызвать, нажимая значок $\boxed{f(x)}$. В открывающемся при этом окне даётся краткое описание действия каждой вызванной функции. Рассмотрим действие некоторых функций.

1.9.1. Функция "root"

Эта функция позволяет определять корень уравнения. Синтаксис функции определения корня ***root***:

root(f(z),z)

Она возвращает значение *z*, при котором $f(z)=0$

Обратите внимание, что перед вычислениями обязательно следует задать начальное приближение функции. Заметим, что по умолчанию MathCad для вычисления этого корня использует метод секущих прямых.

Пример 1.9.1: Воспользовавшись функцией ***root,*** найдите решения:

a) Трансцендентного уравнения: $e^x=x^3$.
b) Три корня уравнения: $x^3-10*x+2=0$ (для приближенного указания корней в этом случае целесообразно сначала построить график этой функции).

Для ввода функции ***root*** используйте клавиатуру, либо пункт главного меню "Вставка/Функция", либо нажмите на панели инструментов ***f(x)***. Примерный вид рабочего окна, иллюстрирующего применение функций нахождения корня, приведен на рис.8.

1.9.2. Функция "polyroots"

Для определения корней полинома применяется специальная функция ***polyroots***. Ее синтаксис предполагает, что в качестве аргумента задается вектор-столбец из коэффициентов при степенях ***x***, начиная с нулевой степени. Функция ***polyroots*** возвращает вектор-столбец из значений корней. Обратите внимание на то, что корни могут быть мнимыми.

Пример 1.9.2.: Вычислите корни того же уравнения $x^3-10*x+2=0$, применив функцию ***polyroots*** (см. рис.8).

1.9.3. Функция "find"

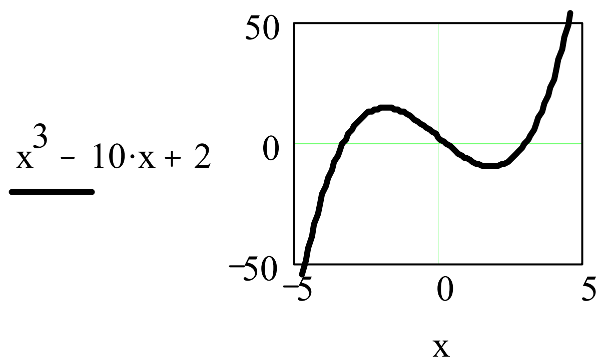
Функция ***find*** применяется для решения систем уравнений. Уравнения записываются в блоке, который открывается словом ***given*** и заканчивается словом ***find***. Уравнения должны быть записаны внутри блока и с применением "жирного равенства", которое набирается нажатием CTR+= или с помощью палитры «Вычисления». В функции ***find*** должны быть перечислены все неизвестные системы. Заканчиваться она должна знаком ➔, который набирается в палитре “Вычисления”.

Решение уравнения:

$x := 3 \quad a := \mathrm{root}\left(x^3 - e^x, x\right) \qquad a = 1.857$

Для нахождения трёх корней уравнения используйте три различных приближения

$x := -5, -4.9 .. 5$



$x := -2 \qquad \mathrm{root}\left(x^3 - 10\cdot x + 2, x\right) = -3.258$

$x := 0 \qquad \mathrm{root}\left(x^3 - 10\cdot x + 2, x\right) = 0.201$

$x := 3 \qquad \mathrm{root}\left(x^3 - 10\cdot x + 2, x\right) = 3.057$

То же, но с помощью функции poliroots

$$v := \begin{bmatrix} 2 \\ -10 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{polyroots}(v) = \begin{bmatrix} -3.258 \\ 0.201 \\ 3.057 \end{bmatrix}$$

Рис.8. Примеры применения функций ***root*** и ***polyroot*** для вычисления корней уравнений

Пример применения функции ***find*** показан на рис. 9. Из примера видно, что решения приводятся в виде столбцов матрицы, причём первое неизвестное вверху, а каждый столбец – это разные решения. Решения могут быть и комплексными.

given

$$x + y = 0$$

$$x^2 + y^2 = 4 \qquad \text{Find}(x, y) \rightarrow \begin{bmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Given

$$x + y = 1$$

$$x^2 + y^2 = 4 \qquad \text{Find}(x, y) \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{7} & \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{7} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\sqrt{7} & \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cdot\sqrt{7} \end{bmatrix}$$

Given

$$x + y = 20$$

$$x^2 + y^2 = 4 \qquad \text{Find}(x, y) \rightarrow \begin{bmatrix} 10 - 7\cdot i \cdot\sqrt{2} & 10 + 7\cdot i \cdot\sqrt{2} \\ 10 + 7\cdot i \cdot\sqrt{2} & 10 - 7\cdot i \cdot\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Рис. 9. Несколько примеров применения функции ***Find***

1.10. Обработка экспериментальных данных

Основные функции обработки экспериментальных данных содержатся в подразделе "Regression and Smoothing". В MathCad встроено несколько функций, позволяющих проводить наиболее распространенные статистические расчеты с данными, представленными векторами их значений. Для сглаживания массива экспериментальных точек, имеющих разброс из-за ошибок измерения, наиболее часто применяется метод наименьших квадратов. Суть этого метода заключается в том, что из всех возможных значений параметров сглаживающей линии (прямой, экспоненты, полинома *n*-ой степени), выбираются те, которые обеспечивают минимум функции, представляющей собой сумму квадратов отклонений между экспериментальными значениями и точками аппроксимирующей линии.

Простейший случай подгонки прямой линии к экспериментальным данным иллюстрируется рис. 10.

П р и м е р 1.10.1.: Пусть имеются экспериментальные данные, представленные двумя векторами X – независимая переменная, и Y – зависимая переменная, имеющая также случайную погрешность. Известно, что зависимость Y(X) линейная. Следует методом наименьших квадратов подогнать к этим данным прямую.

Проведение прямой методом наименьших квадратов

$X := (1\ \ 2\ \ 3\ \ 4\ \ 5\ \ 6\ \ 7\ \ 8\ \ 9\ \ 10)$ $\qquad X := X^T$

$Y := (0\ \ 3\ \ 2\ \ 5\ \ 4\ \ 7\ \ 5\ \ 10\ \ 7\ \ 13)$ $\qquad Y := Y^T$

$a := \mathrm{slope}(X, Y)$ $\qquad b := \mathrm{intercept}(X, Y)$

$a = 1.139$ $\qquad b = -0.667$

$r(x) := a \cdot x + b$

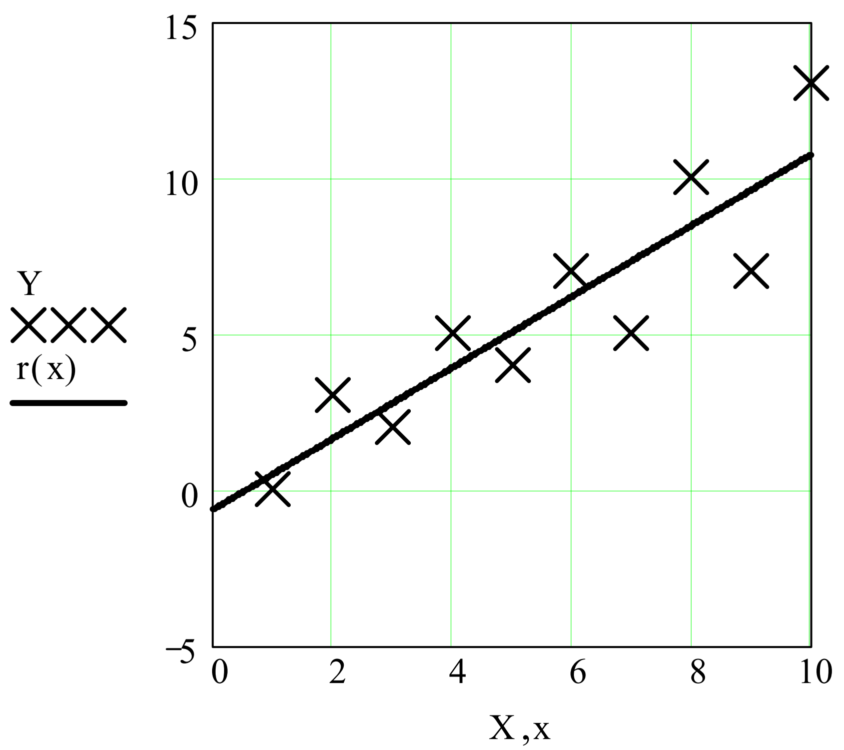


Рис. 10. Сглаживание (регрессия) массива точек прямой методом наименьших квадратов

Введём исходные данные в виде векторов X и Y. Затем вызовем функцию ***slope(X,Y)*** , где ***X*** – независимая переменная, она должна быть представлена вектор-столбцом (поэтому если мы представили её строкой, то необходимо транспонирование), ***Y*** – вектор-столбец зависимой переменной, которая содержит ошибку измерения. Функция ***slope*** определяет наклон прямой линии, наиболее близко проходящей к точкам массива (***X,Y***).

Теперь вызовем функцию ***intercept(X,Y)***, которая по этим же данным определяет, где находится пересечение наилучшей прямой с осью Y.

Поскольку наклон и отсечка на оси Y известны, мы можем написать уравнение прямой: ***r(x)=a·x+b***

Теперь можем построить два графика вместе, чтобы увидеть, как наилучшая прямая проходит по данным экспериментальным точкам.

Обобщением линейной регрессии является заложенная в систему MathCad также возможность выполнения линейной регрессии общего вида, когда заданная совокупность точек приближается функцией вида:

$$F(x,K_1,K_2 \ldots K_n)=K_1 \cdot F_1(x)+K_2 \cdot F_2(x)+\ldots+K_n \cdot F_n(x)$$

Причем, сами функции $F_i(x)$ могут быть нелинейными. Для реализации линейной регрессии общего вида используется функция linfit(VX,VY,F), которая возвращает вектор коэффициентов линейной регрессии общего вида ***K***. Вектор ***F*** должен при этом содержать функции $F_i(x)$, записанные в символьном виде (см. п. 1.12 настоящего раздела).

Если известно, что функциональная зависимость между экспериментальными данными является полиномом или носит экспоненциальный характер, следует воспользоваться соответствующими функциями регрессии из раздела "**Regression and Smoothing**".

Функция **Regress** зависит от трёх параметров: вектора-столбца независимых переменных, вектора-столбца зависимых переменных и скаляра, определяющего степень кривой подгонки. Сама функция **Regress** является вектор-столбцом, причём первые три элемента служебные, а остальные – коэффициенты при членах полинома, начиная с нулевой степени.

П р и м е р 1.10.2.: К экспериментальным данным X, Y подогнать кривую второго порядка (рис. 11).

$$X := (0\ \ 1\ \ 2\ \ 3\ \ 4\ \ 5\ \ 6\ \ 7\ \ 8\ \ 9\ \ 10\ \ 11\ \ 12\ \ 13\ \ 14)$$

$$Y := (1\ \ 1\ \ 1\ \ 2\ \ 2\ \ 3\ \ 4\ \ 5\ \ 7\ \ 9\ \ 20\ \ 22\ \ 30\ \ 40\ \ 60)$$

$$X := X^T \qquad Y := Y^T \qquad x := 0, 0.01 .. 15$$

$$V := \mathrm{regress}(X, Y, 2) \qquad V := V^T$$

$$V = (3\ \ 3\ \ 2\ \ 5.106\ \ -3.484\ \ 0.489)$$

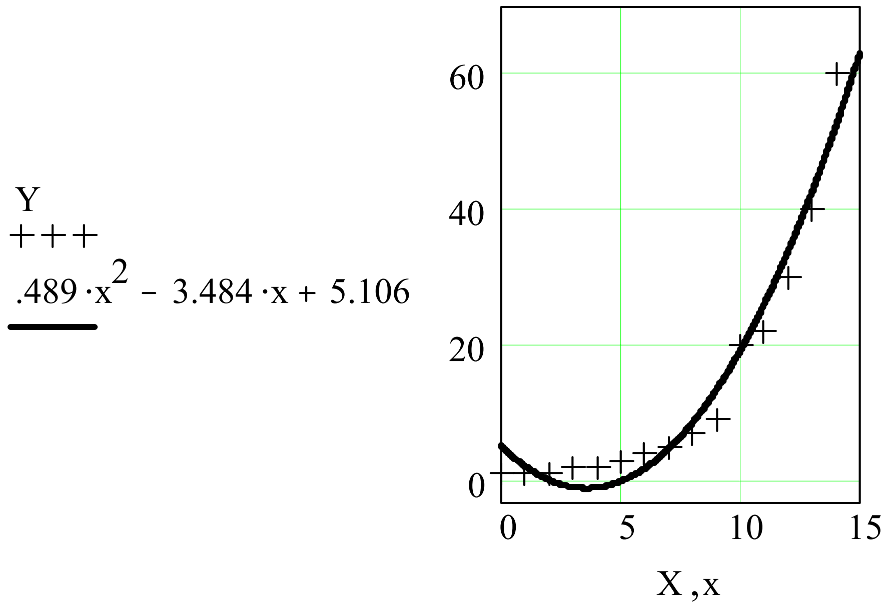


Рис. 11. Регрессия полиномом второй степени

П р и м е р 1.10.3.: К экспериментальным данным X, Y подогнать кривые третьего порядка (рис. 12).

Довольно часто для сглаживания экспериментальных точек приходится пользоваться не линией, а подходящей кривой. Для этого используют специальные встроенные функции сглаживания данных ***medsmooth***, ***ksmooth*** и ***supsmooth***.

Кроме функций подгонки и сглаживания экспериментальных данных, в систему MathCad встроено также большое число статистических функций, позволяющих обрабатывать данные измерений.

$$X := (0\ \ 1\ \ 2\ \ 3\ \ 4\ \ 5\ \ 6\ \ 7\ \ 8\ \ 9\ \ 10\ \ 11\ \ 12\ \ 13\ \ 14)$$

$$Y := (1\ \ 1\ \ 2\ \ 2\ \ 3\ \ 4\ \ 5\ \ 7\ \ 7\ \ 8\ \ 7\ \ 6\ \ 6\ \ 5\ \ 3)$$

$$X := X^T \qquad Y := Y^T \qquad x := 0, 0.01 .. 15$$

$$V := \mathrm{regress}(X, Y, 3)$$

$$y(x) := V_3 + V_4 \cdot x + V_5 \cdot x^2 + V_6 \cdot x^3$$

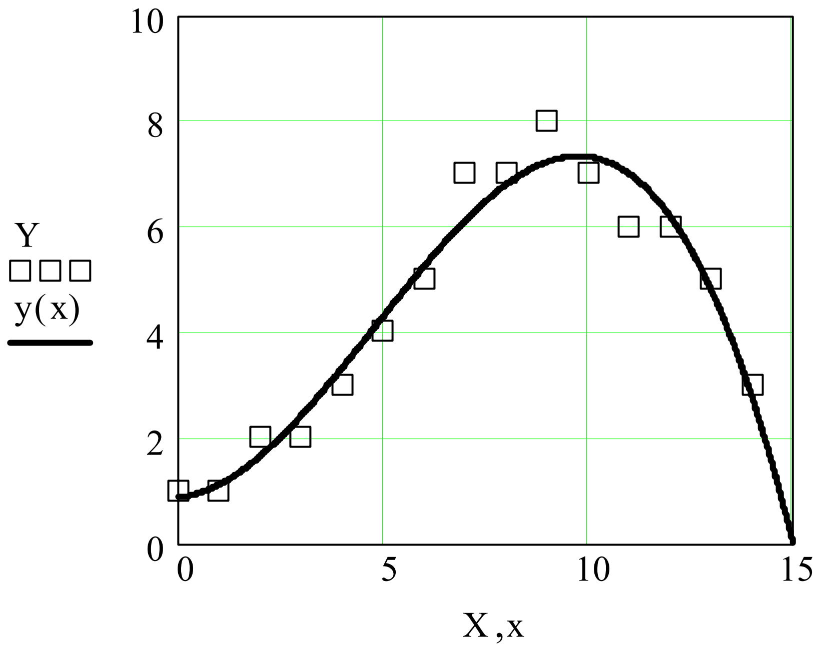


Рис. 12. Регрессия кривой третьего порядка

В частности, это функции распределения вероятности (вычисления которых позволяют определить вероятность того, что случайная величина будет иметь значения, меньшие или равные заданной величине аргумента), функции плотности распределения, а также обращения (квантили) функций распределения случайных величин (позволяют по заданной вероятности вычислить такое значение аргумента, при котором вероятность равна или меньше заданного значения).

Следует также знать, MathCad дает возможность получить псевдослучайные числа, распределенные равномерно на отрезке

[0,1] (функция ***rnd(x)***) и векторы ***m*** с определенными законами распределения значений их элементов (***rbeta(m****, s1, s2),* ***rbinom(m****, n, p),* ***rnorm(m****,* m_x*, σ)* и др.).

1.11. Построение графиков поверхностей

Применяя соответствующую палитру инструментов «График поверхности», обратите внимание на то, что в соответствующем поле ввода на графике в качестве аргумента следует указать массив значений функции $M_{i,j}=f(x_i,y_j)$ как матрицу соответствующих значений аппликат.

П р и м е р 1.11.1.: Задана функция $f(x,y)=sin(x^2+y^2)$. Постройте график соответствующей поверхности (см. рис. 13).

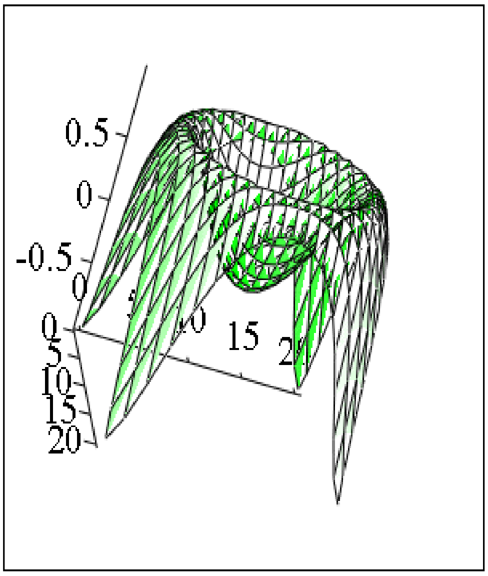
Пример построения графика поверхн

$N := 20$

$i := 0..N \quad j := 0..N \quad x_i := -1.5 + .15 \cdot i \quad y_j := -1.5 + .15 \cdot j$

$f(x,y) := \sin\left(x^2 + y^2\right)$

$M_{i,j} := f\left(x_i, y_j\right)$



M

Рис. 13. Пример графика поверхности $f(x,y)=sin(x^2+y^2)$

Для построения поверхности, заданной при помощи параметров, следует знать, что MathCad интерпретирует поверхность как аппликаты точек соответствующей функции абсцисс и ординат. Поэтому вначале следует задать соответствующие значения трех матриц, определяя их как функции дискретных параметров в заданном диапазоне. При этом следует следить за тем, чтобы эти матрицы обязательно имели одинаковое число строк и столбцов. После этого достаточно напечатать имена этих трех матриц в поле ввода графической области.

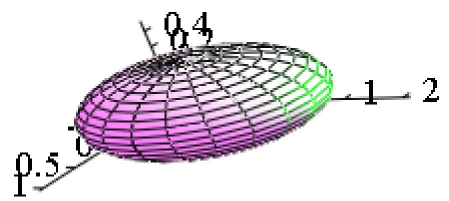
П р и м е р 1.11.2.: Постройте изображение эллипсоида (рис. 14).

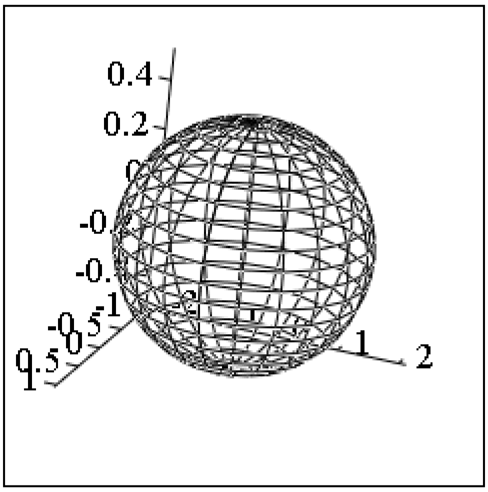
$N := 20$

$i := 0..N \qquad \phi_i := i\cdot\dfrac{\pi}{N} \qquad j := 0..N \qquad \theta_j := j\cdot 2\cdot\dfrac{\pi}{N}$

$X_{i,j} := \sin(\phi_i)\cdot\cos(\theta_j) \qquad Y_{i,j} := 2\cdot\sin(\phi_i)\cdot\sin(\theta_j)$

$Z_{i,j} := 0.5\cdot\cos(\phi_i)$





(X, Y, Z) (X, Y, Z)

Рис 14. Изображение сферы

1.12. Символьные преобразования

Для символьных преобразований применяется соответствующая панель инструментов «Матанализ». Чтобы получить результат преобразования, вместо знака равенства используйте символ → на панели «Вычисления».

П р и м е р 1.12.: Выполните символьные преобразования, аналогичные изображенным на рис.15.

Символьные преобразования

$$\frac{d}{dx}x^4 \rightarrow 4\cdot x^3$$

$$\left|\begin{bmatrix} x & 1 & a \\ -b & x^2 & -a \\ 1 & b & x^3 \end{bmatrix}\right| \rightarrow x^6 + x\cdot a\cdot b + b\cdot x^3 - a\cdot b^2 - a - a\cdot x^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin(x)}{x} \rightarrow 1$$

$$\int_a^b x^2\,dx \rightarrow \frac{1}{3}\cdot b^3 - \frac{1}{3}\cdot a^3$$

Рис. 15. Примеры символьных преобразований

1.12. Работа с файлами данных

Файл данных для импорта в MathCad должен представлять собой просто файл в ASCII формате, где числа отделены запятыми, пробелами или кодами возврата каретки. MathCad также сохраняет данные в формате ASCII, разделяя данные пробелами или кодами возврата каретки.

Ниже описаны шесть функций доступа к файлам. При этом использованы следующие обозначения:

- **A** обозначает массив (вектор или матрицу).
- v_i-обозначают отдельные элементы вектора $\boldsymbol{v}$.

- *file* - любое допустимое имя переменной MathCad, но заметим, что вместе с именем должен быть полностью отмечен путь, и имя должно быть заключено в кавычки, кроме того есть сложности с русскими шрифтами (см. ниже).
- *i* - дискретный аргумент.

Функции READ, WRITE и APPEND могут использоваться с дискретными аргументами, остальные - нет.

READ(*file*) - Считывает значение из файла данных. Возвращает скаляр. Обычно используется следующим образом: v_i:=READ(*file*).

WRITE(*file*) - Записывает значение в файл данных. Если файл уже существует, заменяет его на новый файл. Должна использоваться в определениях следующего вида: WRITE(*file*) := v_i.

APPEND(*file*) - Дописывает значение к существующему файлу. Должна использоваться в определениях следующего вида: APPEND(*file*) := v_i.

READPRN(*file*) - Читает структурированный файл данных. Возвращает матрицу. Каждая строка в файле данных становится строкой в матрице. Число элементов в каждой строке должно быть одинаковым. Обычно используется следующим образом: **A**:=READPRN(*file*).

WRITERPN(*file*) - Записывает матрицу в файл данных. Каждая строка матрицы становится строкой в файле. Должна использоваться в определениях следующего вида: WRITEPRN(*file*):= **A.**

APPENDPRN(*file*) - Дописывает матрицу к существующему файлу. Каждая строка в матрице становится новой строкой в файле данных. Должна использоваться в определениях следующего вида: APPENDPRN(*file*):= **A**. Существующий файл должен иметь столько же столбцов, как и матрица **A**.

П р и м е р 1.13.: Создать в программе Excel таблицу, содержащую данные по функции Гаусса, считать её из программы MathCad функцией READPRN, построить трёхмерный график этой функции.

При выполнении этого задания следует иметь в виду, что в Excel для представления дробных чисел используется запятая, а в MathCad – точка. Поэтому данные нельзя передавать в MathCad непосредственно без дополнительного преобразования.

На рис. 16 представлен фрагмент таблицы, изображающей двухмерную функцию Гаусса (столбцы матрицы показаны не все). Каждая ячейка матрицы описывается формулой, которая зависит как от собственно номера ячейки, так и от нескольких констант, которые находятся ниже таблицы. Видно, что данные матрицы содержат запятую.

	1	2	3	4	5	6	7
1	1,0E-08	3,0E-07	5,3E-06	5,5E-05	3,4E-04	1,3E-03	2,8E-03
2	8,4E-09	2,8E-07	5,7E-06	6,7E-05	4,7E-04	2,0E-03	4,9E-03
3	6,1E-09	2,3E-07	5,3E-06	7,2E-05	5,8E-04	2,8E-03	7,8E-03
4	3,9E-09	1,7E-07	4,4E-06	6,7E-05	6,2E-04	3,3E-03	1,1E-02
5	2,1E-09	1,1E-07	3,2E-06	5,5E-05	5,8E-04	3,6E-03	1,3E-02
6	1,0E-09	5,9E-08	2,0E-06	4,0E-05	4,7E-04	3,3E-03	1,4E-02
7	4,5E-10	2,9E-08	1,1E-06	2,5E-05	3,4E-04	2,8E-03	1,3E-02
8	1,7E-10	1,2E-08	5,4E-07	1,4E-05	2,2E-04	2,0E-03	1,1E-02
9	5,6E-11	4,7E-09	2,3E-07	6,9E-06	1,2E-04	1,3E-03	7,8E-03
10	1,6E-11	1,6E-09	8,8E-08	3,0E-06	5,9E-05	7,0E-04	4,9E-03
11	4,1E-12	4,5E-10	2,9E-08	1,1E-06	2,5E-05	3,4E-04	2,8E-03
12	9,3E-13	1,1E-10	8,4E-09	3,7E-07	9,5E-06	1,5E-04	1,3E-03
13	1,8E-13	2,6E-11	2,1E-09	1,1E-07	3,2E-06	5,5E-05	5,8E-04
14	3,1E-14	5,0E-12	4,8E-10	2,7E-08	9,2E-07	1,8E-05	2,2E-04
15	4,8E-15	8,7E-13	9,4E-11	6,1E-09	2,3E-07	5,3E-06	7,2E-05
16	6,3E-16	1,3E-13	1,6E-11	1,2E-09	5,2E-08	1,4E-06	2,1E-05
17	7,4E-17	1,7E-14	2,5E-12	2,1E-10	1,0E-08	3,0E-07	5,3E-06
18	7,6E-18	2,0E-15	3,3E-13	3,1E-11	1,8E-09	5,9E-08	1,2E-06

Рис. 16. Таблица двухмерного нормального распределения (m_x= 9, m_y=10, σ_x=2, σ_y= 1, ρ_{xy}=0,2)

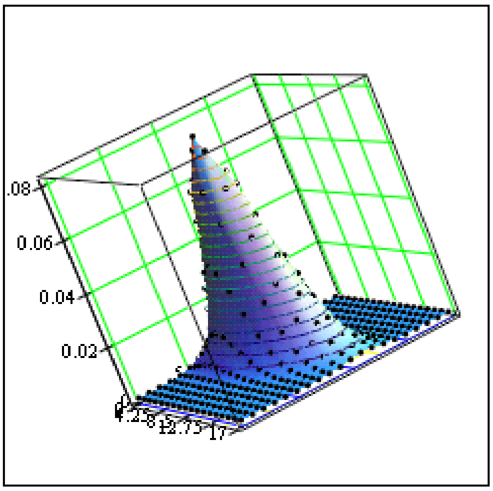
Теперь нужно выделить ячейки, содержащие только числа таблицы, и скопировать как только данные на отдельный лист Ecxel (воспользоваться буфером обмена и функцией **"Правка/Специальная вставка**". Далее надо заменить «запятую» (т.е. символ ","), применяющуюся в Excel для вывода данных в числовом формате на «точку» ("."), использующуюся для представления чисел в MathCad. Это проще всего выполнить, пользуясь пунктом меню **"Правка/Замена"**. Теперь полученную таблицу следует сохранить как файл с именем "Gauss.txt" в текстовом формате с разделителями. После чего его можно считать в Math-

Cad. Обратите внимание на то, что при использовании функции READPRN для обращения к файлу Gauss.txt нужно в кавычках указать полный путь к этому файлу. Результат чтения представлен на рис. 17. В данном примере из-за несоответствия русского и латинского шрифтов в настройках MathCad вместо «C:\Мои документы \Методички\ Иванов\ Gauss.txt» печатаются не буквы русского алфавита, а символы, соответствующие их ASCII кодам в данной настройке клавиатуры.

M := READPRN("C:\Ìîè äîêóìåíòû\Ìåòîäè÷êè\ïååâîâ\Gauss.txt")

M =

	0	1	2	3	4	5
0	$1.025\cdot10^{-8}$	$3.027\cdot10^{-7}$	$5.309\cdot10^{-6}$	$5.533\cdot10^{-5}$	$3.425\cdot10^{-4}$	$1.259\cdot10^{-3}$
1	$8.431\cdot10^{-9}$	$2.836\cdot10^{-7}$	$5.667\cdot10^{-6}$	$6.726\cdot10^{-5}$	$4.742\cdot10^{-4}$	$1.986\cdot10^{-3}$
2	$6.089\cdot10^{-9}$	$2.333\cdot10^{-7}$	$5.309\cdot10^{-6}$	$7.178\cdot10^{-5}$	$5.765\cdot10^{-4}$	$2.75\cdot10^{-3}$
3	$3.86\cdot10^{-9}$	$1.685\cdot10^{-7}$	$4.367\cdot10^{-6}$	$6.726\cdot10^{-5}$	$6.153\cdot10^{-4}$	$3.344\cdot10^{-3}$
4	$2.148\cdot10^{-9}$	$1.068\cdot10^{-7}$	$3.154\cdot10^{-6}$	$5.533\cdot10^{-5}$	$5.765\cdot10^{-4}$	$3.568\cdot10^{-3}$
5	$1.05\cdot10^{-9}$	$5.944\cdot10^{-8}$	$2\cdot10^{-6}$	$3.995\cdot10^{-5}$	$4.742\cdot10^{-4}$	$3.344\cdot10^{-3}$
6	$4.503\cdot10^{-10}$	$2.905\cdot10^{-8}$	$1.113\cdot10^{-6}$	$2.533\cdot10^{-5}$	$3.425\cdot10^{-4}$	$2.75\cdot10^{-3}$
7	$1.696\cdot10^{-10}$	$1.246\cdot10^{-8}$	$5.438\cdot10^{-7}$	$1.41\cdot10^{-5}$	$2.171\cdot10^{-4}$	$1.986\cdot10^{-3}$
8	$5.607\cdot10^{-11}$	$4.693\cdot10^{-9}$	$2.333\cdot10^{-7}$	$6.889\cdot10^{-6}$	$1.208\cdot10^{-4}$	$1.259\cdot10^{-3}$
9	$1.628\cdot10^{-11}$	$1.551\cdot10^{-9}$	$8.785\cdot10^{-8}$	$2.955\cdot10^{-6}$	$5.905\cdot10^{-5}$	$7.008\cdot10^{-4}$
10	$4.147\cdot10^{-12}$	$4.503\cdot10^{-10}$	$2.905\cdot10^{-8}$	$1.113\cdot10^{-6}$	$2.533\cdot10^{-5}$	$3.425\cdot10^{-4}$
11	$9.278\cdot10^{-13}$	$1.148\cdot10^{-10}$	$8.431\cdot10^{-9}$	$3.68\cdot10^{-7}$	$9.539\cdot10^{-6}$	$1.469\cdot10^{-4}$
12	$1.822\cdot10^{-13}$	$2.567\cdot10^{-11}$	$2.148\cdot10^{-9}$	$1.068\cdot10^{-7}$	$3.154\cdot10^{-6}$	$5.533\cdot10^{-5}$
13	$3.142\cdot10^{-14}$	$5.042\cdot10^{-12}$	$4.806\cdot10^{-10}$	$2.722\cdot10^{-8}$	$9.155\cdot10^{-7}$	$1.829\cdot10^{-5}$
14	$4.756\cdot10^{-15}$	$8.694\cdot10^{-13}$	$9.44\cdot10^{-11}$	$6.089\cdot10^{-9}$	$2.333\cdot10^{-7}$	$5.309\cdot10^{-6}$
15	$6.32\cdot10^{-16}$	$1.316\cdot10^{-13}$	$1.628\cdot10^{-11}$	$1.196\cdot10^{-9}$	$5.219\cdot10^{-8}$	$1.353\cdot10^{-6}$



M

Рис. 17. Применение функции READPRN в MathCad

2. Задания для выполнения лабораторной работы № М2 "*Решение системы линейных уравнений и построение поверхностей второго порядка*"

2.1. Определите значения параметров (коэффициентов) поверхности второго порядка, заданной в канонической форме, если известно, что она проходит через точки с заданными координатами.

2.2. Определите, как влияет точность представления чисел в вычислениях на результат определения коэффициентов канонического уравнения поверхности. Для этого, решая систему соответствующих линейных уравнений, вычислите коэффициенты двумя способами: с помощью определителя (точное решение) и с помощью обратной матрицы, задавая округление в коэффициентах обратной матрицы до 1-го знака, ... до 4-х знаков (приближенные решения). Постройте график зависимости погрешности вычисления коэффициентов от точности округления.

2.3. В области, ограниченной значениями $x\in[-10;10]$ и $y\in[-10;10]$, постройте алгебраическую поверхность по определенным коэффициентам (для эллипсоида, однополостного гиперболоида, конуса ограничьтесь половиной поверхности).

<u>Варианты заданий:</u>

Эллипсоид $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

	Вариант 1			Вариант 2			Вариант 3		
	x	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***
1	1	-1	2,90798	-1	2	2,81164	2	3	2,43042
2	2	1	2,71594	3	1	2,36142	0	1	2,96923
3	3	0	2,4	0	1	2,96923	3	-1	2,361142

Однополостный гиперболоид $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$

	Вариант 4			Вариант 5			Вариант 6		
	x	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***
1	1	2	1,33333	-1	2	1,33333	2	3	5,20683
2	2	2	2,66667	3	1	2	4	1	4,05518
3	3	0	0	3	2	4	3	-1	2

Двухполостный гиперболоид $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$

	Вариант 7			Вариант 8			Вариант 9		
	x	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***
1	1	-1	8,16667	-1	2	10,17076	2	3	13,45466
2	2	1	9,11196	3	1	10,5	0	1	7,82624
3	3	0	9,89949	0	1	7,82624	3	-1	10,5

Конус $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$

	Вариант 10			Вариант 11			Вариант 12		
	x	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***
1	1	2	4,21637	-1	2	4,21637	2	3	6,56591
2	2	2	4,8074	3	1	4,47214	4	1	5,696
	Вариант 10а			Вариант 11а			Вариант 12а		
	x	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***
1	2	2	4,8074	3	1	4,47214	4	1	5,696
2	3	0	4	3	2	5,65685	3	-1	4,47214
	Вариант 10б			Вариант 11б			Вариант 12б		
	x	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***
1	1	2	4,21637	-1	2	4,21637	2	3	6,56591
2	3	0	4	3	2	5,65685	3	-1	4,47214

Эллиптический параболоид $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=2z$

	Вариант 13			Вариант 14			Вариант 15		
	x	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***
1	1	2	0,72222	-1	2	0,72222	2	3	2,01389
2	2	2	1,38889	3	1	2,125	4	1	3,68056

Гиперболический параболоид $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=2z$

	Вариант 16			Вариант 17			Вариант 18		
	x	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***
1	1	2	-0,27778	-1	2	-0,27778	2	3	-0,23611
2	2	2	0,38889	3	1	1,875	4	1	3,43056

Плоскость $Ax + By + Cz + 1 = 0$

	Вариант 19			Вариант 20			Вариант 21		
	x	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***	***x***	***y***	***z***
1	1	2	-1,68	-1	2	-0,96	2	3	-2,68
2	2	2	-2,04	3	1	-1,76	4	1	-2,12
3	4	2	-2,76	3	4	-3,68	3	2	-2,40

3. Задания для выполнения лабораторной работы №М2 *"Исследование функций"*

3.1. В указанной области определения постройте графики заданной функции, ее производной и интеграла.

3.2. С точностью до одной десятитысячной определите корни функции, точки и значения локальных экстремумов.

3.3. С точностью до одной тысячной определите площадь фигуры, образуемой осью абсцисс и заданной функцией между вторым и третьим корнем.

Варианты заданий: см. таблицу 1 (N-соответсвует номеру группы, номер варианта – двум последним цифрам номера студенческого билета).

Библиографический список

1. Дьяконов В.П., Абраменкова И.В. Mathcad 8 PRO в математике, физике и Internet / М.: «Нолидж», 2000. – 512 с., ил.

2. MATHCAD 6.0 PLUS. Финансовые, инженерные и научные расчеты в среде Windows 95. / Пер. с англ. – М.: Информационно-издательский дом "Филинъ", 1996. – 712 с.

3. Измайлов Г.К. Информатика. Пакет MathCAD: Лаб. практикум. / СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001. – 74 с.

4. Плис А.И., Сливина Н.А. Математический практикум для экономистов и инженеров: Учебное пособие. / М.: Финансы и статистика, 2000. – 656 с., ил.

№	Аргумент (N=1,2…5)	Функция
1.	$x := -10, -9.9 .. 10$	$y(x) := N - \dfrac{((2 - 18\cdot N\cdot x) + 16\cdot((N\cdot x)^2))}{1 + N\cdot(x)^4}$
2.	$x := -3, -2.99 .. 1$	$y(x) := \dfrac{\sqrt{N}}{2} - \left[\dfrac{\left[\left[1 + 2\cdot(x)^4 - 8\cdot(x)^2\right]^2 - 4\cdot N\cdot x^3 + N^2\cdot x^4\right]}{(1 - N\cdot x)^4}\right]$
3.	$x := -5, -4.99 .. 2$	$y(x) := 5 + \dfrac{\left[\left[\left(-5 + 2\cdot x + 1\cdot x^2\right) + 4\cdot N\cdot x^3\right] + N\cdot x^4\right]}{(1 - N\cdot x)^{\frac{4}{5}}}$
4.	$x := -1, -0.99 .. 4$	$y(x) := \left[(((2\cdot N\cdot x - 1)\cdot(2\cdot x - 2))\cdot(x - 3))^2\right]^{\frac{2}{3}} - N$
5.	$x := 0.2, 0.21 .. 10$	$y(x) := -3\cdot\sqrt{N} + \left[-\dfrac{\left[x^5 - (3\ x)^3 - N^2\cdot x + 10\right]}{(x + 1)^4}\right]^2$

№	Аргумент (N=1,2…5)	Функция
6.	$x := -4, -3.99 .. 2$	$y(x) := -2\cdot\sqrt{N} + \frac{\left[\left(0.5\cdot x^5 - 8\cdot x^3 - 8\cdot x^2\right) - N\cdot x + 10\right]^3}{100\cdot(x-1)^4}$
7.	$x := 0, 0.01 .. 10$	$y(x) := 0.2\cdot(x+2) + \sqrt{N}\cdot\sin(x) + \frac{4\cdot\sin(3\cdot x)}{3}$
8.	$x := -4, -3.99 .. 4$	$y(x) := 0.25\cdot x^2 - 0.8\cdot\sqrt{N} + (\sin(2\cdot x - 1))^4 + N\cdot(\cos(x))^4$
9.	$x := -1.9, -1.89 .. 3$	$y(x) := e^{-2\,x+1}\cdot\sqrt{N}\cdot(\sin(4\cdot x - 1))^2 - 8\cdot(x)^2$
10.	$x := 0, 0.01 .. 2$	$y(x) := \frac{\ln\left(8\cdot\cos\left(4\,x^2\right)^2 + 1\right) - x^3 + 0.4}{N\cdot(\lvert x\rvert)^{\frac{1}{5}} - 4}$
11.	$x := 2, 2.01 .. 18$	$y(x) := \left\lvert \left(x^3 - 2\,x^2 + 1\right)^{\frac{(2\cdot N\cdot\sin(x))}{6}} \right\rvert - \frac{x\cdot N}{3}$

№	Аргумент (N=1,2…5)	Функция
12.	$x := -2, -1.99 .. 5$	$y(x) := \left[\left[\cos\left[\frac{\left[x^3 - N\cdot(x)^2 + x - 1\right]}{20}\right]\right]^4 + N\cdot\left(\frac{x-1}{10}\right)^2\right] - 1 + \frac{x}{20}$
13.	$x := -2, -1.99 .. 16$	$y(x) := \left[\left[x^5 - N\cdot(x)^4 - 4\cdot x^3 + (N\cdot x)^2 - 6\cdot N\cdot x\right] - 10\right]\cdot e^{-(x)} - 1$
14.	$x := 0, 0.01 .. 3$	$y(x) := -6 + \left[10\cdot(N\cdot(e))^{\left[\left(x^5 + 6\cdot x\right)^{\frac{1}{2}} - x^2 - x - 1\right]} - (x)^2\right]$
15.	$x := 0, 0.01 .. 6$	$y(x) := N\cdot(e)^{\frac{x^{x-4}}{8}} - N\cdot x + \left[4\cdot\sin\left[\left(\frac{x}{4}\right)^2 + x\right]\right]^2$
16.	$x := -4, -3.99 .. 5$	$y(x) := N\cdot(e)^{\frac{x}{8}} - x^2 + \left[4\cdot\sin\left[\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \sqrt{N}\cdot x\right]\right]^2$
17.	$x := 0, 0.01 .. 2$	$y(x) := \sin\left(N\cdot x^{\frac{3}{4}} + 4\cdot x^2\right) + 2\cdot x^{\frac{3}{4}} - 2$

№	Аргумент (N=1,2…5)	Функция
18.	$x := -10, -9.99 .. 1$	$y(x) := 0.2\cdot(x+1) + N\cdot\sin(x) + \frac{2\cdot\sin(3\cdot x - 1)}{3}$
19.	$x := -3, -2.99 .. 3$	$y(x) := 0.25\cdot x^2 + 0.1\cdot x - 0.8\cdot\sqrt{N} + N\cdot(\sin((2\cdot x)))^4 + N\cdot(\cos(x))^4$
20.	$x := -4, -3.99 .. 4$	$y(x) := (2\cdot x)^2 - N^2\cdot(\sin((2\cdot x)))^4 + 4\cdot x + \left(\cos\left(\frac{x^2}{4}\right)\right)^4$
21.	$x := -4, -3.99 .. 4$	$y(x) := -(2\cdot x)^2\cdot N\cdot\sin((2\cdot x))^4 + 4\cdot N\cdot x + \left(\cos\left(\frac{x^2}{4}\right)\right)^4$
22.	$x := 0, 0.01 .. 10$	$y(x) := 0.2\cdot(x+2) + \sin(x) + \frac{4\cdot\sqrt{N}\cdot\sin(3\cdot x)}{3}$
23.	$x := -4, -3.99 .. 4$	$y(x) := 0.25\cdot x^3 - 0.8\cdot\sqrt{N} + (\sin(2\cdot x - 1))^4 + N^2\cdot(\cos(x))^4$

№	Аргумент (N=1,2…5)	Функция
24.	$x := 0, 0.01 .. 6$	$y(x) := e^{\frac{x^{x-4}}{8}} - N\cdot x + \left[4\cdot\sin\left[\sqrt{N}\cdot\left(\frac{x}{4}\right)^{2} + x\right]\right]^{2}$